注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2009 小學數學競賽選拔賽初賽試題

第 二 試：應 用 題 (考試時間 90 分鐘)

◎ **請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 25 分，共 300 分**

1. 在將 10000000000 減去 101011 後所得的答案中，數碼 9 共出現多少次？



10000000000－101011＝9999898989，數碼 9 共出現 7 次。

答：7 次

2. 小林用木瓜、牛奶及糖漿製作木瓜牛奶飲料，所用的牛奶重量是糖漿的 4 倍，且所用木瓜重量是牛奶的 $2\frac{1}{2}$ 倍。請問小林製造出的木瓜牛奶飲料重量是糖漿重量的多少倍？



可知木瓜重量是糖漿的 $2\frac{1}{2}\times 4=10$ 倍，因此木瓜牛奶飲料重量是糖漿重量的 10+4+1=15 倍。

答：15 倍

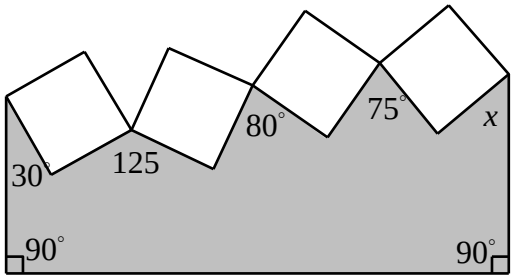
3. 如果將某日子用數字寫出時，該日期與其月份的乘積等於 120，則稱該日子為一個「幸運日」。例如：4 月 30 日是「幸運日」，因為 4×30=120。請問 2009 年中有多少個「幸運日」？



120=4×30=5×24=6×20=8×15=10×12=12×10 故可知 4 月 30 日、5 月 24 日、6 月 20 日、8 月 15 日、10 月 12 日、12 月 10 日都是幸運日，即有 6 個幸運日。

答：6 個

4. 遊樂場有一個名為「天翻地覆」的遊樂設施，它是將一些正方形廂房以頂點相連接在一起，由正前方看去，它的正視圖如圖所示，圖中已標記若干角之度數。請問 x 之值為何？



陰影部分即為一個十一邊形，內角和為(11－2)×180°=1620°，因此 x=1620－90×2－270×4－30－125－80－75=50

答：50

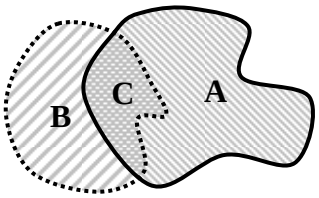
5. 有一只電子錶的錶面用二個數碼顯示「時」，用另二個數碼顯示「分」。請問這個電子錶從 00：00 到 23：59 之間總共有多少分鐘錶面上顯示有數碼 2？



可知 2 時、12 時、20 時至 23 時這 6 小時錶面都必有 2，而其他 18 個小時裡每小時內僅有 2 分、12 分、20 分至 29 分、32 分、42 分、52 分共 15 分鐘錶面有 2，因此總共有 60×6＋18×15=360＋270=630 分鐘錶面上顯示有數碼 2。

答：630 分鐘

6. 元宵節晚會時有兩道雷射光投射在高樓的牆面上，構成如圖所示的重疊影像。若 A 部分佔較大圖形的$\frac{11}{15}$，B 部分佔較小圖形的$\frac{2}{3}$，請問 A 與 B 之面積比為何？



<解法一> 重疊區域 C 的面積為大圖形的$\frac{4}{15}$或小圖形的$\frac{1}{3}$，所以大圖形是小圖形的$\frac{5}{4}$倍。故 A 部分面積：B 部分面積$=\frac{5}{4}\times\frac{11}{15}:\frac{2}{3}=11:8$。

<解法二> 令重疊區域 C 的面積為 4，可知 A 部分面積為 11、B 部分面積為 8，故面積比為 11：8。

答：11：8

7. 當台北中午 12 時的時刻，在澳洲雪梨當地時間為當日下午 3 時，飛機航班的起降時刻都以當地的時間為準。一架飛機下午 7 時由台北起飛於次日上午 8 時抵達雪梨。若飛機往返所需的飛行時間相同，請問上午 9 時由雪梨起飛的飛機抵達台北的時刻為何？



由台北中午 12 時為澳洲雪梨當地時間當日下午 3 時，可知台北時間下午 7 時為澳洲雪梨當地時間下午 10 時，因此飛機由台北起飛至雪梨需 10 小時。因飛機往返所需的飛行時間相同，故上午 9 時由雪梨起飛的飛機將於雪梨當地時間 19 時(下午 7 時)抵達台北，即於台北時間 16 時(下午 4 時)抵達。

答：16 時或下午 4 時

8. 小王將他所有的書每 12 本綁成一綑，則還剩下 2 本；若每 9 本綁成一綑，仍然還剩下 2 本。最後，他將所有的書每 7 本綁成一綑，則正好綁完沒有多餘的書。請問小王的書至少有多少本？



由「每 12 本綁成一綑，則還剩下 2 本」及「若每 9 本綁成一綑，仍然還剩下 2 本」可知冊數減去 2 後同時為 9 與 12 的倍數，因此冊數為 $36k+2$ 的形態，即可能為 2、38、74、110、146、182、…。再由「每 7 本綁成一綑，則正好綁完沒有多餘的書」知冊數為 7 的倍數，而 2、38、74、110、146、182、…，這個數列中是 7 的倍數最小為 182，故小王至少有 182 本書。

答：182 本。

9. 數 m 滿足下列條件：

(a) 24、42 及 m 中，任兩個數的最大公因數都相同；

(b) 18、30 及 m 中，任兩個數的最小公倍數都相同；

請問 m 之值為何？



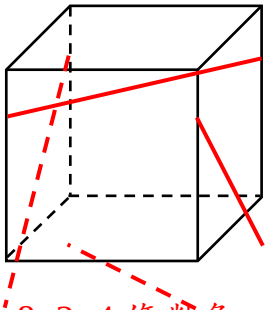
因 $24=2^3\times3$、$42=2\times3\times7$，故$(24, 42)=2\times3$。

因此$(24, m)=(42, m)=2\times3$，可知 $m=2\times3^r\times A$，其中 A 不為 2、3、7 的倍數；

因 $18=2\times3^2$、$30=2\times3\times5$，故$[18, 30]=2\times3^2\times5$。因$[18, m]=[30, m]=$

$2\times3^2\times5$，故 A 為 5、r 為 2，也因此得知 $m=2\times3^2\times5=90$。
答：90

10. 一個正六面體有 6 個面、8 個頂點、12 條邊(如圖所示)。在其上作對角線，使得這些對角線的任兩條都無公共的交點(也不可以交在頂點)。請問最多可以作出多少條這樣的對角線？



因每一條對角線皆由兩個頂點所決定，且任兩條對角線都無公共的交點，即一個頂點只能在一條對角線上，故最多可畫出 8÷2=4 條對角線。如圖，可畫出 4 條滿足題意的對角線。　　答：4 條

11. 有 300 個 1 cm×1 cm×1 cm 的小正立方體，從中取出一些小正立方體重新黏合成為一個內部允許有空洞，但表面無空洞的大正立方體，要求這個空心的正立方體邊長要盡可能的大。請問此時最多剩下幾個小正立方體沒有用到？



<解法一>　假設用小正立方體拼出的一個滿足題意且邊長為 a 的大正立方體，則會用去 $a^3-(a-2)^3$ 個小正立方體，當 a=10，會用去 10^3-8^3=488 個；當 a=9，會用去 9^3-7^3=386 個；當 a=8，會用去 8^3-6^3=296 個；當 a=7，會用去 7^3-5^3=218 個。這個空心的正立方體要盡可能的大，故取 a=8，最多剩下 4 個小正立方體沒有用到。(註：題目之所以問最多剩下幾個是因為剩下的小正立方體可以塞入空洞中，否則答案從 0 到 4 個均可)

<解法二>　假設用小正立方體拼出的一個滿足題意且邊長為 a 的大正立方體，則會用去 $a^3-(a-2)^3=6a^2-12a+8$ 個小正立方體，即得 $6a^2-12a+8\le300$，故知 $a^2-2a+1\le\frac{298}{6}=49\frac{2}{3}$，即 $(a-1)^2\le49\frac{2}{3}$。因要求這個空心的正立方體要盡可能的大，故取 a=8，此時用去 $6\times8^2-12\times8+8$ =296 個小正立方體，故最多剩下 4 個小正立方體沒有用到。

答：4 個

12. 有一家食品店販賣健康米，有一桶全部裝黑米，有一桶全部裝糙米，另有一桶則是黑米與糙米混合。老闆拿三張分別寫有「黑米」、「糙米」、「綜合」的標籤要求他的兒子貼在桶上。但他的兒子急於要出去打球，竟然隨便亂貼，結果全部貼錯，沒有一桶的標籤是正確的。老闆發現後只好叫員工去將標籤調整正確。請問下列哪一項敘述正確？



(a) 員工只要從貼有「黑米」標籤的桶內任意拿出一粒米就可判斷出全部正確的貼法；

(b) 員工只要從貼有「糙米」標籤的桶內任意拿出一粒米就可判斷出全部正確的貼法；

(c) 員工只要從貼有「綜合」標籤的桶內任意拿出一粒米就可判斷出全部正確的貼法；

(d) 員工至少要從二個桶內各拿出一粒米才可能判斷出全部正確的貼法；
(e) 員工至少要從三個桶內各拿出一粒米才可能判斷出全部正確的貼法。
當員工只要從貼有「綜合」標籤的桶內任意拿出一粒米時，因已知該桶內不為混合米，故拿出何種米即代表該桶內真正所裝的米別。
(i) 若拿出黑米，即代表該桶內為黑米，且可知貼上「糙米」的不為糙米也不為黑米，故貼上「糙米」的桶內為混合米而貼「黑米」的桶內為糙米；
(ii) 若拿出糙米，即代表該桶內為糙米，且可知貼上「黑米」的不為黑米也不為糙米，故貼上「黑米」的桶內為混合米而貼「糙米」的桶內為黑米。
(a)、(b)項敘述均無法判斷出全部正確的貼法，因為只要從一個桶內拿出一粒米就可能判斷出全部正確的貼法，故(d)、(e)項敘述不正確。

答：(c)