注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

答題指引:

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在每一頁的對應位置填寫隊名。
- 本卷試題依照由易至難的順序安排，共有 10 頁，每頁一題，每題 40 分。第 1、2、3、5、6、7、10 題必須詳細填寫計算過程或證明，根據答題情況給分，如果空白處不夠填寫，可將答案寫在試題紙的背面；第 4、8、9 題只需填寫答案。
- 四名隊員先用 10 分鐘討論前八題，確定每題答題的隊員，每位隊員至少要解答一題。然後用 35 分鐘，各自作答，不可再交換題目或討論。最後的 15 分鐘，四名隊員可一起討論最後兩題並合作解題。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

繁體中文版

International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿

1. 求下面關於 w，x，y 和 z 的方程組的實數解：

$$\begin{cases} w+8x+3y+5z=20 \\ 4w+7x+2y+3z=-20 \\ 6w+3x+8y+7z=20 \\ 7w+2x+7y+3z=-20. \end{cases}$$

ANSWER: $w=$ $x=$ $y=$ $z=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

2. 在凸四邊形 $ABCD$ 中，AB 是最短的邊，CD 是最長的邊。求證：$\angle A > \angle C$ 且 $\angle B > \angle D$。

ANSWER: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿

3. 設整數 m、n 滿足 $m \geq n$ 與 $m^3+n^3+1=4mn$。求 $m-n$ 的最大值。

ANSWER: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿

4. 平面上的 64 個點組成一個 8×8 點陣。同一行或同一列上相鄰的兩個點的距離都是 1 cm。請問以這 64 個點中的 4 個點為頂點且面積為 12 cm^2 的長方形有多少個？



ANSWER: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

5. 求出最大的正整數 n 使得存在唯一的正整數 k 滿足 $\frac{8}{15}<\frac{n}{n+k}<\frac{7}{13}$。

ANSWER: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

6. 在一個 9×9 方格表的每個小方格內各恰填入一個數，每一行和每一列最多只能出現有四個不同的數。請問這個表內總共最多可以出現有多少個不同的數？

ANSWER: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

7. 在凸四邊形 $ABCD$ 中，$\angle ABD = 16°$、$\angle DBC = 48°$、$\angle BCA = 58°$ 且 $\angle ACD = 30°$。求 $\angle ADB$ 的度數。

ANSWER: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿

8. 若正有理數 x、y 和 z 滿足 $x+\frac{1}{y}$、$y+\frac{1}{z}$ 和 $z+\frac{1}{x}$ 都是整數，求出所有滿足上述條件的有序三元組 (x, y, z)。

ANSWER: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

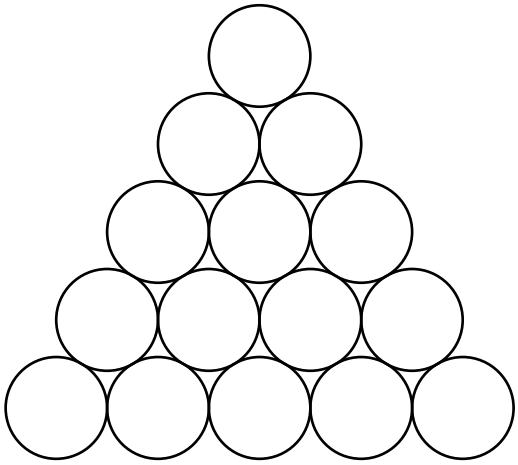
International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

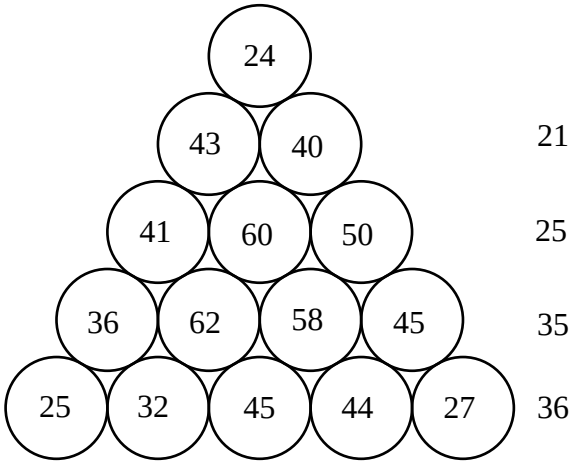
Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

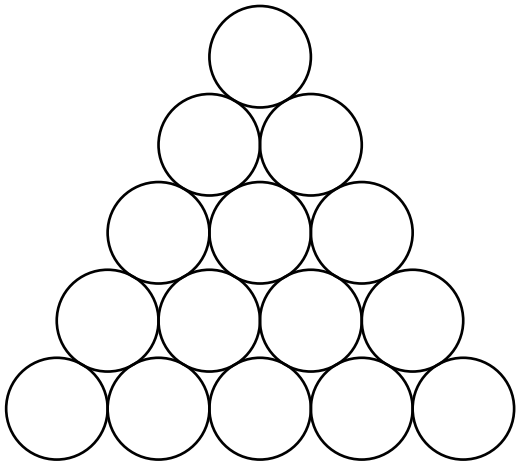
隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿

9. 把數 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14 和 15 不重複地填入下左圖的圓圈中，每個圓圈內恰好填一個數，使得
   (a) 對於每個圓圈，將該圓圈中的數加上所有與它相切的圓圈中的數所得的和寫出，如下右圖所示。
   (b) 除了第一列，其它每一列的所有圓圈中的數之和寫出，如下右圖右側所示。





ANSWER:



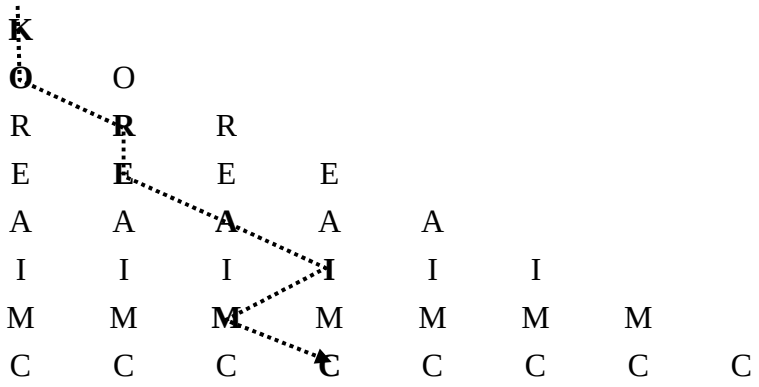
International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

10. 把“KOREA IMC”依下圖所示方式寫成八列，其中第一列有一個 K、第二列有二個 O，依序下去，最後一列有八個 C。由最上端的 K 開始，由上往下逐列移動，試圖拼出“KOREA IMC”的字樣，每次移動只能移至該字母正下方的字母或與正下方的字母相鄰的字母上。下圖用黑體表示的就是其中一條路徑。如果刪除圖中的某個字母，使得所有剩下的不同路徑只有 516 條，請在圖中圈出被刪除的字母的位置。



ANSWER:

