注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題

答題指引:

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在下頁的對應位置填寫隊名、您的姓名及編號。
- 個人賽試題包括二個部份，總分 120 分。
- 第一部份包括填充題 12 題，只須在空格內填寫**阿拉伯數值**答案，以其它文字書寫一律不計分，不須計算過程，若題目有不只一個答案，則**全部**答對才給分。每題 5 分，答錯不倒扣。
- 第二部份包括計算證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明，每題 20 分，根據答題情況給予部份分數。
- 本卷答題時間：120 分鐘。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

繁體中文版

International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

個人賽試題

答題時間：120 分鐘　　2010/07/27 韓國 仁川

隊名: _____ 姓名: _____ 編號: _____ 得分: _____

第一部份：填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 實數 p、q、r 滿足 $p+q+r=26$ 和 $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}=31$。請問 $\frac{p}{q}+\frac{q}{r}+\frac{r}{p}+\frac{p}{r}+\frac{r}{q}+\frac{q}{p}$ 的值為多少？

答：_____

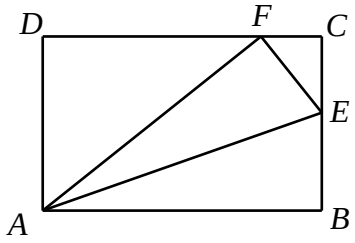
2. 在某次慈善募款餐會上，每人吃了半盤米飯、三分之一盤蔬菜和四分之一盤肉。此餐會總共吃掉 65 盤食物，請問這次募款餐會共有多少人參加？

答：_____

3. 請問滿足 $xyz=3^{2010}$ 與 $x\le y\le z<x+y$ 的三元正整數組(x, y, z)共有多少組？

答：_____

4. 點 E 為長方形 $ABCD$ 的邊 BC 上的一點，如果沿著 AE 摺疊，則頂點 B 剛好與邊 CD 上的點 F 重合，如圖所示。假定 AD = 16 cm 和 BE = 10 cm，請問 AE 的長度為多少 cm？



答：_____cm

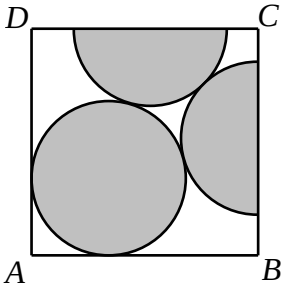
5. 有一個四位數，它恰好有 14 個因數（包括 1 和它本身），且它的一個質因數的個位是 3。請問滿足上述條件的最小四位數是什麼？

答：_____

6. $f(x)$ 為一個關於 x 的四次多項式，$f(t)$ 表示當 $x=t$ 時該多項式的值，若 $f(1)=f(2)=f(3)=0$，$f(4)=6$，$f(5)=72$，請問 $f(2010)$ 之值的末位數是什麼？

答：_____

7. 在正方形 $ABCD$ 中，一個圓和兩個半圓兩兩相切，它們的半徑都為 1 cm，且圓與正方形的兩邊也相切，如下圖所示。請問正方形 $ABCD$ 的面積為多少 cm^2？



答：_____cm^2

8. 設 p 與 q 為質數，且滿足 $p^3+q^3+1=p^2q^2$，請問 $p+q$ 的最大值為多少？

答：_____

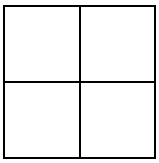
9. 今有 n 個正整數(不一定相異)，它們的和為 100，其中任何 7 個數之和小於 15，請問 n 的最小值是多少？

答：_____

10. 點 P 是三角形 ABC 內的一點使得 $\angle ABP=20°$、$\angle PBC=10°$、$\angle ACP=20°$ 且 $\angle PCB=30°$，請問 $\angle CAP$ 為多少度？

答：_____°

11. 某位農民養了 100 頭豬和 100 隻雞。他有四個正方形的院子，構成 2×2 的方格。該農民想把他的牲畜分配到各個院子內使得第一列有 120 個頭，第二列有 300 隻腳；第一行有 100 個頭，第二行有 320 隻腳。請問一共有多少種不同的分配方式？



答：_____種方式

12. 有五個籠子排成一排，從左到右的標籤如下圖所示。每個籠子裏面各恰有一隻動物。

紅色	銀色	棕色	白色	灰色
狼	獅子	狐狸	牛	馬

這五隻動物的確是一匹狼、一隻獅子、一隻狐狸、一頭牛和一匹馬，並且它們的顏色的確是紅色、銀色、棕色、白色和灰色。但是，每張標籤標示的顏色與該標籤上標示的動物的顏色不符合(例如，狼不是紅色)。再者，每隻動物都不在與標籤上所標示的顏色或種類相符的籠子內，也不在與其相鄰的籠子內。如果馬不在中間的那個籠子裏，請問馬是什麼顏色？
(註：答案請用 **R**, **S**, **B**, **W**, **G** 分別代表紅、銀、棕、白、灰色。)

答：_____

第二部份：計算及證明題，請在題目下面空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 點A和點B在一個正方形的邊上，線段AB把這個正方形分割成兩個多邊形，每個多邊形都有內切圓。其中一個內切圓的半徑為6 cm，而另外一個內切圓的半徑大於6 cm。請問正方形的邊長與兩倍的線段AB的長度之差為多少 cm？

2. 在一個糖果店裏賣的糖果有三種包裝，分別是小包有6顆，中包有9顆和大包有20顆。如果我們只按整包購買糖果，請問我們不能購買到的糖果數最多是多少顆？

3. 有一數列a_1、a_2、…、a_{2010}。對於$1 \le n \le 2010$，其中 n 為正整數，令$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$。若$a_1 = 2010$，且對所有的 n，都有$S_n = n^2 a_n$，請問a_{2010}之值為多少？