注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

「2010 年青少年數學國際城市邀請賽」

參賽代表遴選初選

個人數學競賽試題

編 號:_____ 校 名: _____ 姓 名: _____

作答時間: 二 小 時

第一部分：填充題，每小題 5 分，共 60 分

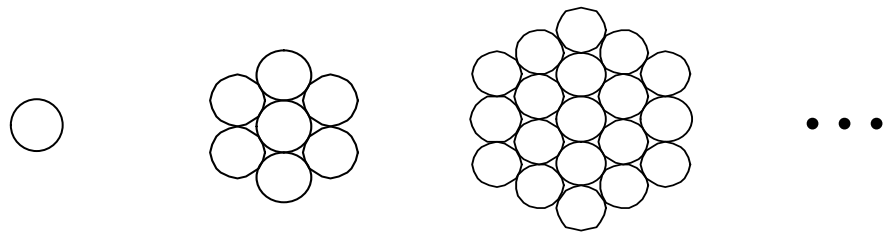
1. 9^{2010} 被 11 除的餘數為_____。

2. 計算 $1^3+2^3+3^3+4^3+.....+99^3+100^3=$_____。

3. 已知 p、q、r 和 s 為不等於 0 的實數，若 r、s 是方程式 $x^2+px+q=0$ 的兩根，而 p、q 是方程式 $x^2+rx+s=0$ 的兩根，則 $p+q+r+s$ 的值是_____。

4. 有 8 人參加某一次棋賽，比賽採單循環賽，即每人都與其它人各恰賽 1 場。贏家得 2 分、平手各得 1 分，輸家得 0 分。棋賽結束後，結果每個人所得的分數均不相同，且第二名的得分等於最後四名得分的總和，第三名的得分為 11 分。則第四名的得分是_____分。

5. 如圖所示，以下為大小相同的圓所構成的造形，每一堆的圓皆緊密相切。則第十堆圓的個數有_____個。



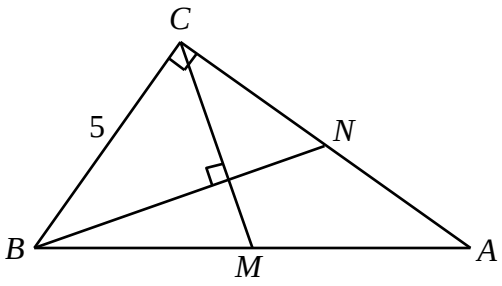
第一堆　　第二堆　　第三堆

6. 已知 a、b、c 均為實數$(a\ge b\ge c)$，且滿足 $a+b+c=10$ 及 $abc-23a=40$，則 $|a|+|b|+|c|$ 之最小值為_____。

7. 設 n 是正整數且$100\le n\le 400$，若 $\dfrac{n^3-99}{n^3-92}$ 不是最簡分數，則正整數 n 的可能值有_____個。

(翻面繼續作答)

8. 如下圖△ABC是直角三角形且角C為直角，已知AC邊的中線BN與AB邊的中線CM互相垂直且$BC=5$，則BN的長度為 _____。



9. 已知a、b、c、d、e為五個彼此相異的整數，且滿足

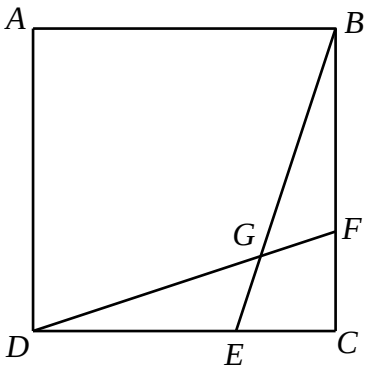
$$(4-a)(4-b)(4-c)(4-d)(4-e)=12,$$

則$a+b+c+d+e=$_____。

10. 設$N=1+11+111+\cdots+\underbrace{111\cdots11}_{2010\text{個「1」}}$，則$N$之值的末五位數是_____。

11. 一個圓的直徑兩端分別已經填有數 2 與數 3，每次操作都把圓上每段弧兩端上的數之平均寫在此段弧的中點上。則經過十次操作後，圓周上的所有數之總和為_____。

12. 下圖中，四邊形$ABCD$是一個邊長為 30 的正方形。已知E在CD邊上，F在BC邊上且$CF=CE=x$，若四邊形$FCEG$的面積=75，則x之值為_____。



(翻面繼續作答)

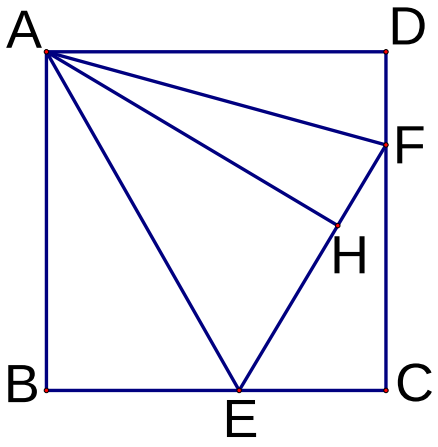
第二部分：計算證明，每題 20 分，共 60 分

(注意：在答案卷上請依題號作答，須詳列過程及說明理由)

1. 設 $n!=1\times2\times3\times\cdots\times n$，若將 2010 分為十二個正整數 a_1、a_2、…、a_{12} 之和，且使 $(a_1!)\times(a_2!)\times\ldots\times(a_{12}!)$ 最小，其中 $a_1\le a_2\le\cdots\le a_{12}$，試問此時 a_1、a_2、…、a_{12} 之值為何?

2. 已知四邊形 $ABCD$ 為正方形，點 F 在 $\overline{CD}$ 上，點 E 在 $\overline{BC}$ 上，使得 $\angle EAF=45^0$，

由 A 作 $\overline{EF}$ 之垂線，垂足為點 H，試證 $\overline{BE}=\overline{EH}$。



3. 如果從 1、4、7、10、…、94、97 這三十三個數中任取 k 個，可保證其中至少有二個數的和是 41，試問 k 值最小應為多少?。